



Control 4

P1. (a) (3,0 ptos.) Demuestre, sin usar inducción, que

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad \sum_{k=3}^{n+3} (-1)^{k-3} (k-2) \binom{n+3}{k} = n+1$$

(b) (3,0 ptos.) Considere, para $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ la suma

$$S = 1 + \frac{1+2}{2} + \frac{1+2+3}{3} + \dots + \frac{1+2+3+\dots+n}{n}$$

Escriba S como una sumatoria doble y calcule su valor.

P2. (a) (3,0 ptos.) Sea $k_0 \in \mathbb{N}$ un número natural fijo cualquiera y $n \in \mathbb{N}$ un número impar cualquiera. Demuestre, sin usar inducción, que la suma de los n naturales consecutivos a partir de k_0 (es decir $k_0 + (k_0 + 1) + (k_0 + 2) + \dots$ etc.) es divisible por n .

(b) (3,0 ptos.) Sea A un conjunto y $f : A \rightarrow \mathbb{N}$ una función. Demuestre que si $\forall n \in \mathbb{N}$, $f^{-1}(\{n\})$ es numerable, entonces A es numerable.

Consultas sólo al auxiliar
Justifique cada uno de sus pasos
Tiempo: 1:15